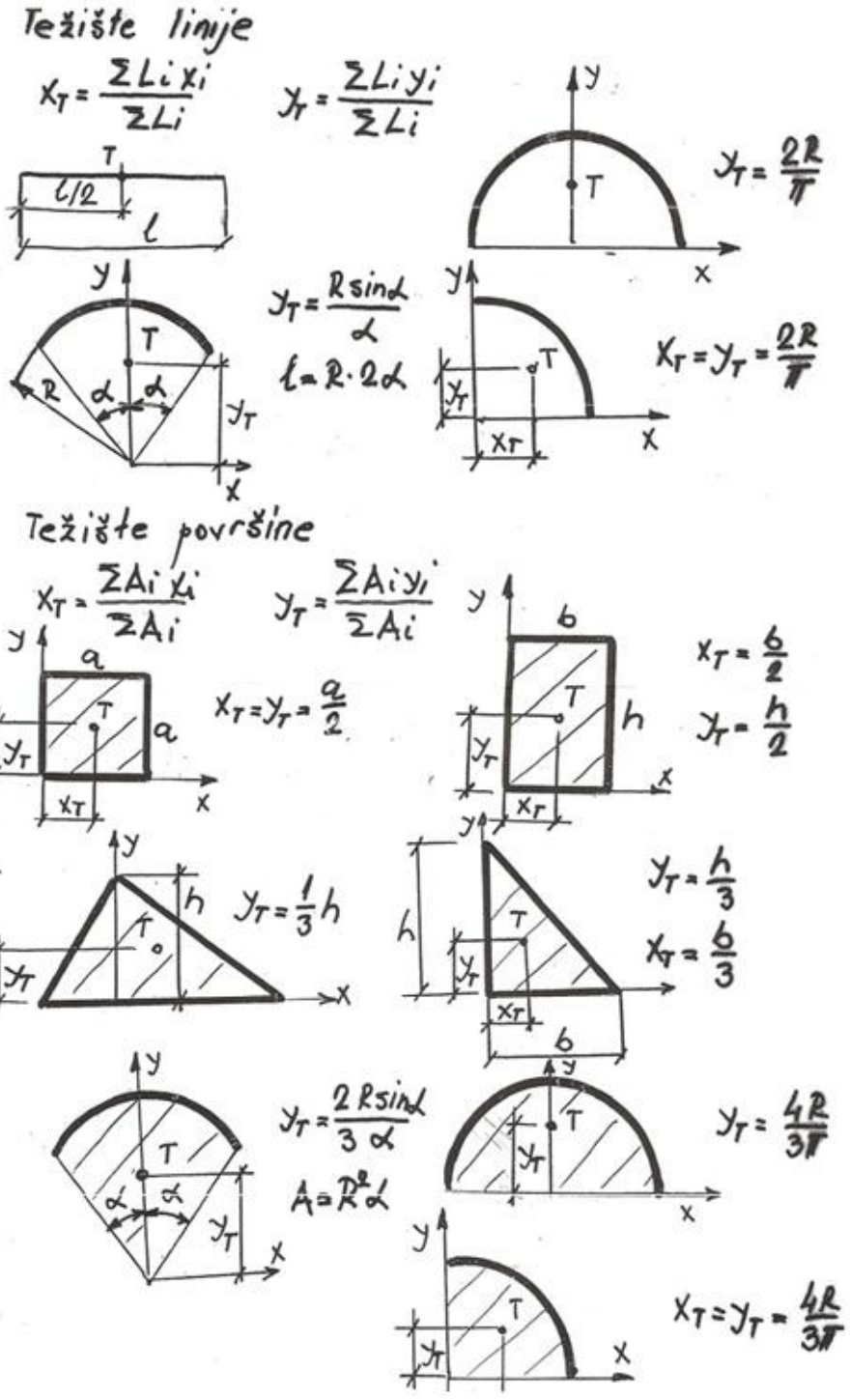
ОДРЕЂИВАЊЕ ТЕЖИШТА

а) Линија

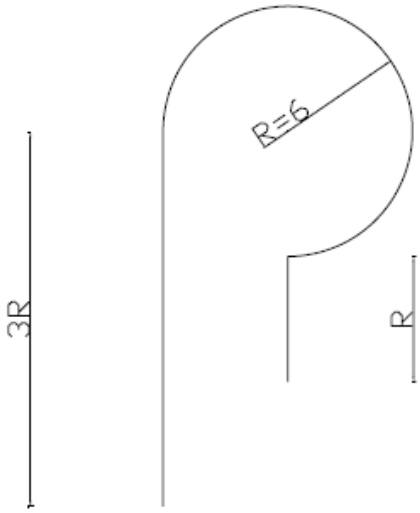
$$X_C = \frac{\sum_i L_i X_i}{\sum_i L_i}; Y_C = \frac{\sum_i L_i Y_i}{\sum_i L_i}$$

б) Површина

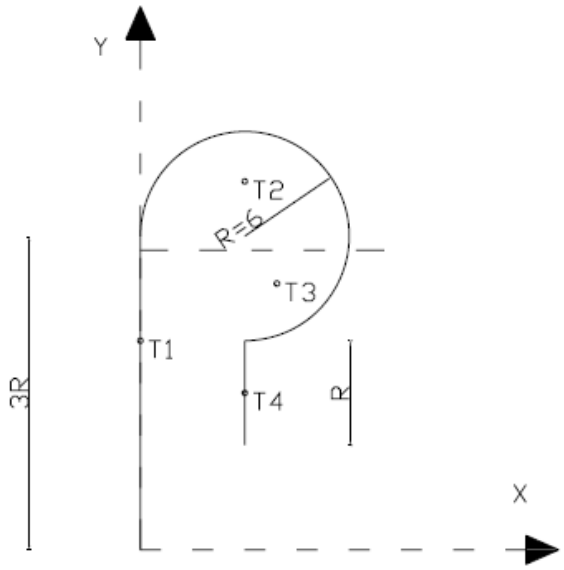
$$X_C = \frac{\sum_i A_i X_i}{\sum_i A_i}; Y_C = \frac{\sum_i A_i Y_i}{\sum_i A_i}$$


Težište linije
$x_T = \frac{\Sigma L_i x_i}{\Sigma L_i}$
$y_T = \frac{\Sigma L_i y_i}{\Sigma L_i}$
T
l/2
l
y
x
$y_T = \frac{2R}{\pi}$
$y_T = \frac{R \sin\alpha}{\alpha}$
$l = R \cdot 2\alpha$
R
α
α
y_T
x_T
$x_T = y_T = \frac{2R}{\pi}$
Težište površine
$x_T = \frac{\Sigma A_i x_i}{\Sigma A_i}$
$y_T = \frac{\Sigma A_i y_i}{\Sigma A_i}$
a
$x_T = y_T = \frac{a}{2}$
b
h
$x_T = \frac{b}{2}$
$y_T = \frac{h}{2}$
$y_T = \frac{1}{3}h$
$y_T = \frac{h}{3}$
$x_T = \frac{b}{3}$
$y_T = \frac{2R \sin\alpha}{3\alpha}$
$A = R^2\alpha$
$y_T = \frac{4R}{3\pi}$
$x_T = y_T = \frac{4R}{3\pi}$

1) Одредити тежиште линије приказане на слици ако је : R=6m



Линију делимо на четири дела и постављамо координатни систем



	Li	Xi	Yi	LiXi	Yi
1	3R	0	$\frac{3R}{2}$	0	$\frac{9R^2}{2}$
2	$R\pi$	R	$3R+\frac{2R}{\pi}$	$R^2\pi$	$3R^2\pi+2R^2$
3	$\frac{R\pi}{2}$	$R+\frac{2R}{\pi}$	$3R-\frac{2R}{\pi}$	$R^2+\frac{R^2\pi}{2}$	$\frac{3R^2\pi}{2}-R^2$
4	R	R	$\frac{3R}{2}$	R^2	$\frac{3R^2}{2}$
	$\sum=9\pi+24$			$\sum 54\pi+72$	$\sum 162\pi+257$

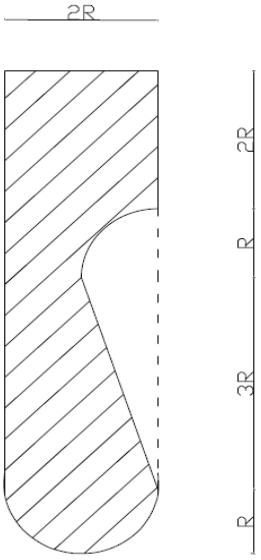
$$X_C=\frac{\sum_i A_i X_i}{\sum_i A_i}=\frac{54\pi+72}{9\pi+24}=4,61cm$$

$$Y_C=\frac{\sum_i A_i Y_i}{\sum_i A_i}=\frac{162\pi+257}{9\pi+24}=14,55cm$$

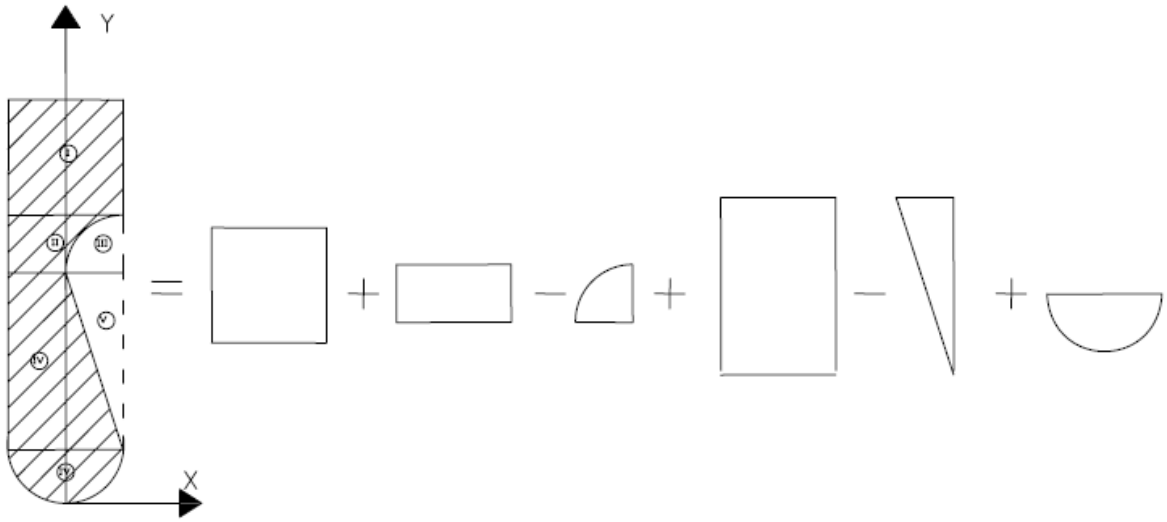
Предметни наставник :

Горан Станојевић

2) Наћи координате тежишта задатог тела ако је : R=1,5 cm



Задату површину поделићемо на шест делова



	Ai	Xi	Yi	AiXi	AiYi
1	$4R^2$	0	$6R$	0	$24R^3$
2	$2R^2$	0	$\frac{9R}{2}$	0	$9R^3$
3	$-\frac{R^2\pi}{4}$	$R-\frac{4R}{3\pi}$	$4R+\frac{4R}{3\pi}$	$\frac{-R^3}{12}(3\pi-4)$	$\frac{-R^3}{12}(3\pi+1)$
4	$6R^2$	0	$\frac{5R}{2}$	0	$15R^3$
5	$-\frac{3R^2}{2}$	$\frac{2R}{3}$	$3R$	$-R^3$	$-\frac{9R^3}{2}$
6	$\frac{R^2\pi}{2}$	0	$R-\frac{4R}{3\pi}$	0	$\frac{R^3}{2}(3\pi-4)$
	$\sum=\frac{R^2}{4}(42+\pi)$			$\sum=\frac{-R^3}{12}(8+3\pi)$	$\sum=\frac{R^3}{2}(85-\pi)$

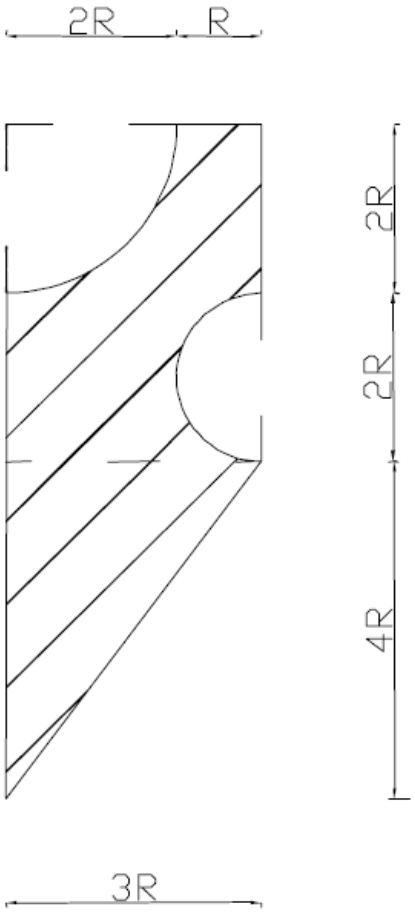
$$X_C=\frac{\sum_i A_iX_i}{\sum_i A_i}=\frac{-\frac{R^3}{12}(8+3\pi)}{\frac{R^2}{4}(42+\pi)}=-0,19cm$$

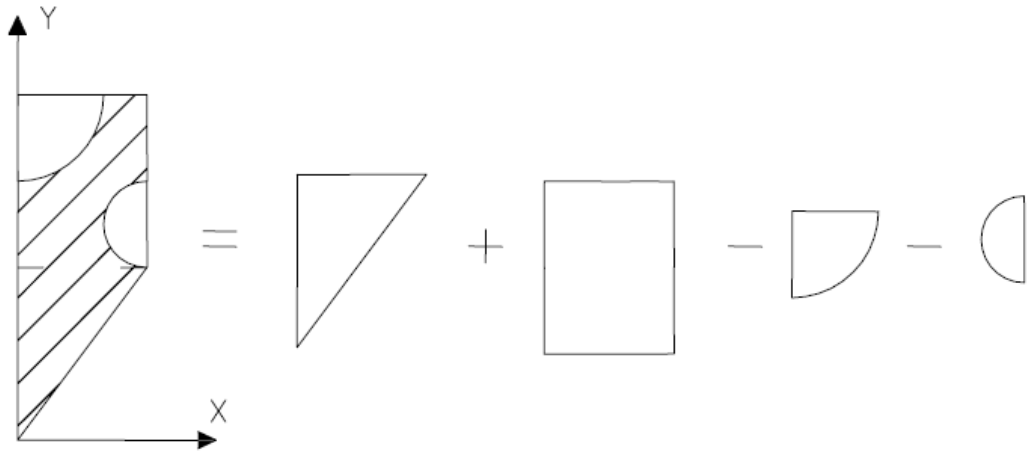
$$Y_C=\frac{\sum_i A_iY_i}{\sum_i A_i}=\frac{\frac{R^3}{2}(85-\pi)}{\frac{R^2}{4}(42+\pi)}=5,43cm$$

Предметни наставник :

Горан Станојевић

3) Одредити тежиште површине приказане на слици ако је : R=2cm





	Ai	Xi	Yi	AiXi	AiYi
1	$\frac{1}{2}4R\cdot 3R$	$\frac{1}{3}3R$	$\frac{2}{3}4R$	$\frac{1}{6}36R^3$	$\frac{2}{6}\cdot 48R^3$
2	$4R\cdot 3R$	$\frac{3R}{2}$	$6R$	$\frac{36R^3}{2}$	$72R^3$
3	$-\frac{4R^2\pi}{4}$	$\frac{4\cdot 2R}{3\pi}$	$8R-\frac{4\cdot 2R}{3\pi}$	$-\frac{32R^3\pi}{12\pi}$	$-8R^3\pi+\frac{8\cdot 2R^3}{3\pi}$
4	$-\frac{R^2\pi}{2}$	$3R-\frac{4R}{3\pi}$	$5R$	$-\frac{3R^3\pi}{2}+\frac{4R^3\pi}{6\pi}$	$-\frac{5R^3\pi}{2}$
	$\sum=\frac{3}{2}R^2(12-\pi)$			$\sum=\frac{R^3}{2}(44-3\pi)$	$\sum=\frac{R^3}{6}(544-63\pi)$

$$X_C = \frac{\sum_i A_i X_i}{\sum_i A_i} = 2,60cm$$

$$Y_C = \frac{\sum_i A_i Y_i}{\sum_i A_i} = 8,68cm$$